

1. PARTIE A

Q.1/ Lister les éléments matériels... 3 podiums, 4 coins / podium

Fonction F1: 12 courroies crantées
24 roues dentées
12 câbles liaison
Topologie => longueur câbles = 5-10 m à 25-30 m

Fonction F1bis: 12 codeurs (sur arbre moteur)
12 câbles liaison
Topologie => longueur câbles mini 50 m, max: 100-150 m

Fonction F7: 12 variateurs
13 machines à courant continu
13 réducteurs
12 ensembles poulie / contre-poids / câble de suspension.

Lister ... fonctions logicielles: calcul vitesse F4
calcul commande F5
supervision F3

Q.2/ Relation littérale reliant R_{oz} , R_{cod} , r_t $\Delta g = R_{poulie} \times \Delta \theta_{poulie}$

$$R_{og} = \frac{D_2}{2} \times \frac{1}{r_t} \times \frac{2\pi}{R_{cod}} = \frac{\pi D_2}{r_t R_{cod}}$$

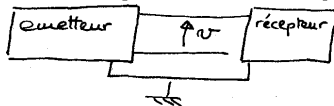
Q.3/ On souhaite utiliser un codeur 500 points. Justifier le choix du rapport de réduction $r_t = 32$.

$$R_{cod} = \frac{2\pi}{500} \Rightarrow R_{og} \neq 0, 1 \text{ mm} \ll 2 \text{ mm} \text{ cahier des charges vérifié.}$$

N_{Max} : vitesse maximale de rotation du moteur à courant continu

$$V_{pmax} \Rightarrow \Omega_{moteur max} = V_{pmax} \times \frac{2}{D_2} r_t = 19,2 \text{ rad/s} \rightarrow N_{pmax} = 183 \text{ tr/min}$$

Q.4/ Définir ce qu'est une liaison électrique de type différentiel et expliciter ses avantages.



* pas de lien entre l'information et la masse
* bonne immunité aux bruits.

Q.5/ Justifier le choix du codeur incrémental XCC-HF4A30. On mettra en regard ... Chaque élément du sigle devra être analysé.

	spécifications	cahier des charges
XCC HF	charge max axiale 40N, radiale 60N	Charges axiales/radiales < 35 N
4	IP 64	Protection projection d'eau dans toutes les directions
	raccordement embase arrière	choix libre de la longueur de câble, pas de raccord
A	étage sortie, emetteur ligne, Alim 5V I = 220 mA, sortie RS 422	pas de spécifications -> sortie différentielle avec câble < 1,2 km ou ici bonne immunité aux bruits demandée et câble < 150 m, cf Q3
30	500 pts	

Q.6/ Déterminer la valeur de la puissance nominale d'un moteur.

Puissance = $(F_u)_{max} \cdot V_{pmax} + F_{artes} \cdot V_{pmax}$ et $P_N = \frac{4}{3}$ Puissance

avec $F_u)_{max} = \frac{M_{pmax} - M_{cpeoids}}{4} \cdot g$ Rq: la masse du contre-poids n'étant pas donnée on peut choisir $M_{cpeoids} = M_{amin}$

Choisir un variateur ... référence, caractéristiques nominales en tension et en courant (U_N , I_N) du moteur.

tension réseau = 460V $\rightarrow U_{ht} = 510V$

si $M_{cpeoids} = 0 \rightarrow P_N = 126,5 \text{ kW}$ $I_N \# 250 \text{ A}$ et DMV 2342 - 350 A; $I_N = 350 \text{ A}$

$M_{cpeoids} = M_{pmin} \rightarrow P_N = 34,5 \text{ kW}$ $I_N \# 67 \text{ A}$ et DMV 2342 - 75 A; $I_N = 75 \text{ A}$

$M_{cpeoids} = \frac{M_{pmin} + M_{pmax}}{2} \rightarrow P_N = 17,25 \text{ kW}$ $I_N \# 34 \text{ A}$ et DMV 2342 - 45 A; $I_N = 45 \text{ A}$

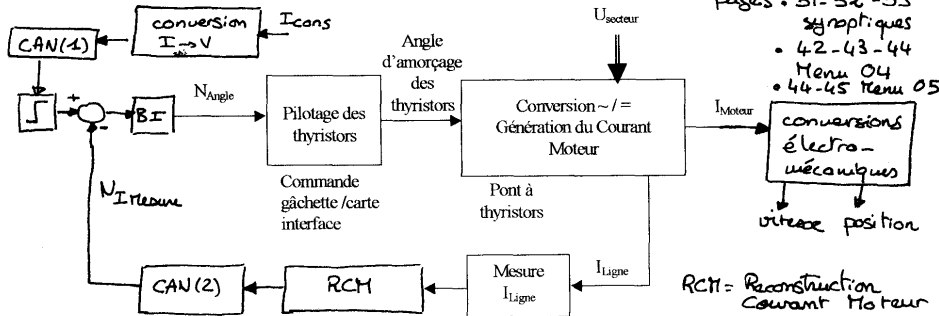
Q.7/ Choisir ... le mode de liaison « PC/Variateur » ... la réponse devra être justifiée.
 repérage du connecteur et/ou des broches du variateur utilisées pour l'entrée de consigne choisie.

Distance PC - variateur : de 50 à 150 m
 * Liaison analogique 0 - 10 V : Pbs de distance → impossible
 * Liaison série
 broche PL2, type DB9
 nécessite une carte au standard RS485 dans le PC → possible + protocole de communication.
 * analogique 0 - 20 mA 20 mA - 0 mA : permet de détecter une rupture de liaison
 broche OV + B2-20
 broche GP2 connecteur TB1-5
 → analogique 4-20 mA = solution possible
 Rq : GP2 est une entrée Tension, donc nécessite une adaptation I → V

Q.8/ Le courant d'induit... Adapter et compléter le schéma fonctionnel...
 La nature exacte de la grandeur d'entrée dépendra du choix du mode de liaison de la question précédente.

Q.8bis/ ... grandeurs d'entrée et de sortie de chaque bloc par un nom explicite, ... nature de la grandeur et celle de l'information transportée.

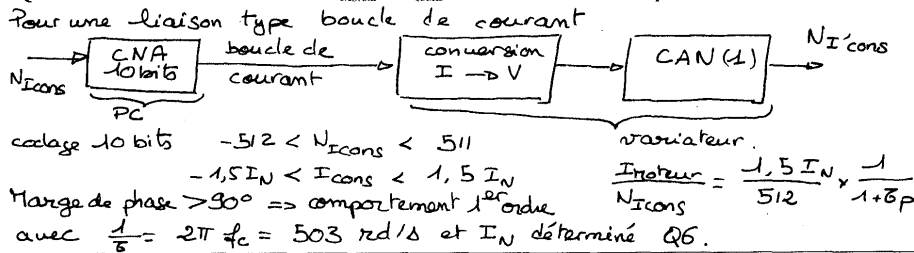
Q.8ter/ ... structures matérielles ... structures logicielles ...



- CAN(1) sur carte MDA23 : conversion AN pour la référence courant
- CAN(2) sur carte MDA1 : courant moteur reconstruit → NIMesure
- Mesure I_{ligne} : sur la partie puissance
- CH : sur la carte interface
- Pilotage Thyristors : commande gâchette thyristor, circuit intégré ASIC, cf menu 05
- BI : boucle de courant, cf menu 05, connecteur paramétrage du connecteur de la boucle de courant sur carte MDA1 (fonction logicielle).

Remarque : CAN(1) en entrée sur TB1-5, cf paramètres 07-02, 07-12 menu 07. on choisit 07-12 = 408 pour sélectionner l'entrée supplémentaire de courant 04-08, Menu 04. de convertisseur est un convertisseur 10 bits

Q.9/ ... fonction de transfert reliant I_{Moteur} et N_{Icons} Les valeurs numériques des coefficients ...



Q.10/ Quelle approximation...? Préciser les conditions de validité de cette approximation.

constantes de temps mécaniques \rightarrow constante de temps $\tau = 2\text{ms}$ (cf partie D)

$$\text{donc } \frac{I_{\text{moteur}}}{N_{\text{Icons}}} = \frac{1,5 I_N}{512} = k_z = \text{cst} \approx 1,03(A) \text{ pour } I_N = 350A.$$

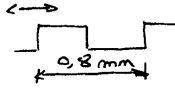
valable si (Bande passante boucle fermée) $\ll 80\text{ Hz}$ pour l'aspect asservissement de position et/ou $f_{0dB} (BO)$

Q.11/ Définir les termes techniques « résolution » et « précision ».

résolution = la plus petite valeur mesurable avec le capteur considéré (liée à la sensibilité du capteur).

précision = erreur entre la valeur fournie par le capteur (et son adaptation électronique) et la valeur "vraie". lié à la qualité de la réalisation.

Q.12/ ... valeur maximale de la résolution à adopter pour le codeur incrémental « position ... Sélectionner dans la documentation technique proposée le codeur incrémental adéquat ...

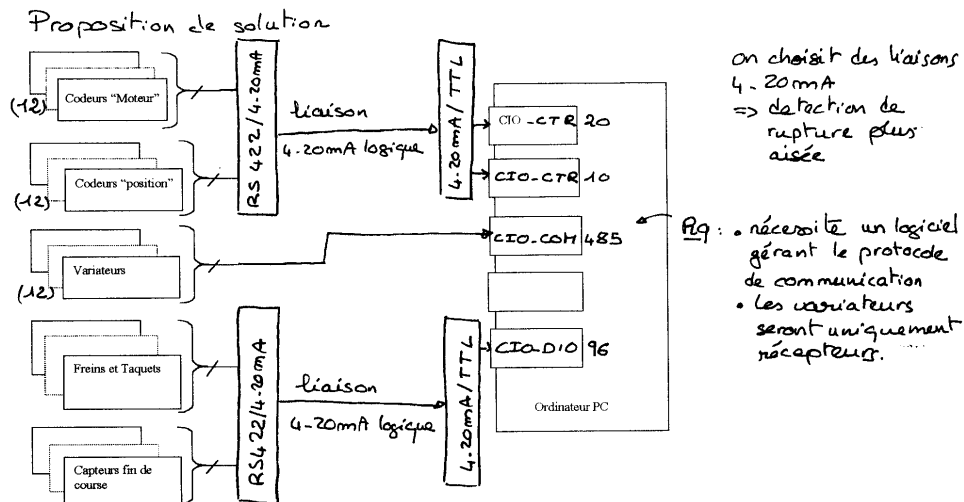
- Précision codeur = $\pm 45^\circ$ période électrique
 cahier des charges \rightarrow erreur précision codeur $\pm 0,2\text{ mm}$
 \Rightarrow résolution $\ll 0,8\text{ mm}$

- d'où $N_{\text{codeur}} \geq 2\pi \frac{D}{2} \cdot \frac{1}{\text{résolution}} \geq 1178 \Rightarrow$ codeur XCC HF4 A 42
- HF: charge usaxi axiale 40N, radiale 60N $< 35\text{ N}$
 4: protection IP64 \rightarrow projection d'eau OK
 raccordement embase arrière \rightarrow pas de raccord, choix "libre" de la longueur du câble
 A: alimentation 5V. 220mA
 étage de sortie en tueur ligne, sortie RS422 \rightarrow différentielle
 $f_{\text{max}} = 5\text{ kHz} \rightarrow v_{\text{max}} = 15\text{ cm/s} \Rightarrow f \approx 200\text{ Hz} \ll f_{\text{max}}$
 42: 1250 pts/tr
- contrainte d'horizontalité en phase d'atterrissage $< 5\text{ mm}$.
 \rightarrow erreur $< 2,5\text{ mm}$ pour 1 coin, a priori possible, cf. asservissement
- contrainte erreur phase d'atterrissage $< 0,6\text{ mm}$.
 avec le calcul de position moyenne: erreur position estimée = $\pm 0,2 + \frac{0,8}{64}$
 a priori possible, dépend de l'asservissement mis en oeuvre.

Q.13/ ... nombre minimum de bits du compteur à utiliser. sens de rotation du codeur? Justifier.

- 1 tr $\rightarrow 1250\text{ pt} \rightarrow 0,94\text{ m}$
 d'où $20\text{ m} \Rightarrow 26526\text{ pts} \Rightarrow$ compteur 15 bits minimum.
 on choisit 16 bits pour Nposition
- Sens de rotation: nécessaire pour connaître le sens de déplacement d'un coin (montée/descente). Logique de détection du sens de rotation pour pouvoir compter/décompter.

Q.14/ Compléter (cf. document réponse DR2) le schéma d'architecture en faisant apparaître :

- les cartes CIO* implantées dans le PC (avec leur dénomination) choisies dans la liste ci-avant ;
- les équipements complémentaires ;
- les liaisons entre les équipements.
- 12 freins, 24 taquets : Niveaux électriques RS422, logique
 24 fins de course : Niveaux électriques RS422, logique
 CIO DIO 96, 60 I.O logiques + Adaptations
- 12 codeurs moteur - 12 codeurs position : liaison 4-20 mA ou RS422.
 CIO-CTR 20 + CIO-CTR 10 + Adaptations
- 12 variateurs : liaison 4-20 mA ou RS 485
 CIO-COM 485



Q.15/ RS232, RS422, RS485 utilisables ? Justifier

... solution dont la couche physique est basée sur le standard RS485, codeurs incrémentaux de la série XCC utilisables directement ? Justifier.

- RS232 : point à point → pas utilisable
- RS422 : liaison multipoints plusieurs récepteurs (10), 1 émetteur or on a l'inverse (émetteurs = capteurs, récepteur = PC) → pas utilisable
- RS485 : liaison multipoints, 32 émetteurs/récepteurs par segment or ici > 32 équipements ⇒ au moins 2 liaisons ou bien répéteur

Les codeurs ne sont pas directement "reliables" sur RS485 car ils émettent en permanence (→ pas de gestion de protocole ou d'adressage).

Q.16/ réseau de terrain CAN ... Citer au moins 2 avantages liés à l'emploi de ce réseau de terrain ... Seuls des avantages directement associés à l'application étudiée seront considérés.

- Réduction câblage + simplification connectique
- pas d'interface RS485 - TTL
- moins de cartes dans le PC
- gestion des erreurs plus souple ...

Q.17/ Estimer le débit brut maximal (en bits/s) ... trame standard ou étendue ?

Longueur du bus : $L \# 18 + 20 + 18 + 50 + 18 + 20 + 18$

162 m minimum (cf Topologie)

Avec $L(\text{Bus}) = 200 \text{ m}$, on peut desservir les 24 codeurs + 12 variateurs

⇒ débit = 250 kbit/s cf annexe p.19.

capteurs : 4 ou 5 messages ⇒ $5 \times 24 + 12 \times 10$ identificateurs < 2048 (11 bits)

variateurs : 10 messages ⇒ trame standard suffisante

Q.18/ carte PC type CANPCa de la Société NSI (cf. annexe) ... solution applicable ? Justifier

Jusqu'à 30 points sur le bus : on a 37 équipements

Deux solutions non envisageables
 ou bien prévoir une topologie avec répéteur.

Q.19/ Choisir la configuration adaptée en terme de topologie (longueur des segments, présence de répéteurs. etc.) et de vitesse de transmission.

- jusqu'à 32 équipements, pas de répéteurs - Or on a 37 équipements
 ⇒ 8 segments (répéteurs) - Cf annexe p 17.
 compte tenu de la topologie, 2 segments entre 100 et 200 m
 ⇒ débit entre 12 Mbits/s et 1,5 Mbits/s
- carte PC1500 PFB : débit max = 500 kbits/s ← limite le débit.
- 2 segments de 200 m.
- Débit minimum nécessaire compte tenu des informations à transmettre
 longueur info Données 0 à 244 octets + 6 à 9 octets d'info (p 17)
 sur le bus : 1 octet codé sur 11 bits

donc : codeurs $24 \times (4+9) \times 11 \times 50$
 variables $12 \times (2+9) \times 11 \times 50$
 état variables $12 \times (8+9) \times 11 \times 50$ } Débit > 249 kbits/s ...
 cohérent avec la
 carte PC1500 PFB et les
 2 segments de 200 m.

2. PARTIE B

Q.20/ nom et format de donnée correspondant à « position » directement issues des compteurs.

- résolution = 0,5 mm → pour 20 m → 40 000 pts
- Position : tableau (12 x 1), entier non signé, 16 bits (Long)
 Rq : on devra aussi sauvegarder position précédente pour pouvoir calculer la vitesse par différence Finie.

Q.21/ fonction logicielle Lireposition() ... acquisition des positions des coins C_{ij} des 3 podiums ... arguments d'entrée et de sortie, type des variables locales ...

Fonction Lireposition()
 Début
 pour i : 1 à 12
 position - précédente(i) ← position(i)
 position(i) ← sortie - compteur ; lecture compteur
 Fin pour
 Fin
 i : entier
 sortie : position

Q.22/ fonction logicielle Calculvitesse() ... vitesse des 4 coins C_{ij} d'un podium ... arguments d'entrée et de sortie, type des variables locales ...

Fonction calculvitesse()
 Début
 pour i : 1 à 12
 vitesse(i) ← position(i) - position(i-1)
 Fin pour
 Renvoyer vitesse
 Fin
 i : entier
 entrées : position et position précédente
 2 tableaux 12 x 1
 entiers non signés 16 bits
 sorties : vitesse, tableau 12 x 1
 entiers signés 16 bits
 Rq : pour Q 24
 position = tableau 12 x 65
 entier non signé

Q.23/ bit de poids faible de vitesse LSB(vitesse). Conclure.

• $LSB(vitesse) = \frac{LSB(position)}{T_e} = 2,5 \text{ cm/s}$

- Résolution insuffisante compte tenu du cahier des charges, en particulier lors de l'arrivage, d'où le calcul de la moyenne ...

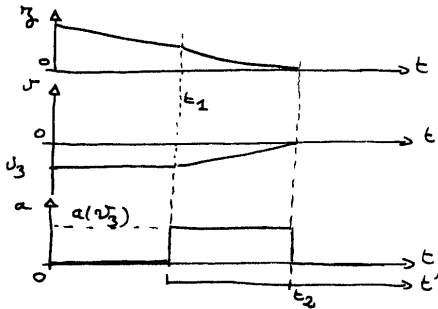
Q.24/ vitesse = valeur moyenne sur 64 échantillons. Modifier l'algorithme ... $LSB_{moy}(vitesse)$ fonction de transfert en z reliant la vitesse moyenne $V_{moy}(C_{ij})$ et la position $Z(C_{ij})$.

Fonction calcul_vitesse_moyenne()
 Début
 pour i : 1 à 12
 vitesse_moy(i) ← position(i,0) - position(i,64)
 pour j : 64 à 1 ; décalage du tableau
 position(i,j) ← position(i,j-1)
 Fin pour
 Fin pour
 Renvoyer vitesse_moy(i)
 Fin
 Rq : vitesse_moy(nT_e) = position(n) - position(n-64)
 $V_{moy}(z) = (1 - z^{-64}) Z_{ij}(z)$
 $LSB_{moy}(vitesse) = 0,39 \text{ mm/s}$

Q.25/ vitesse moyenne maximale représentable ? Conclure

si vitesse moyenne codée sur 16 bits $(V_{moy})_{max} = (2^{15} - 1) LSB = 12780 \text{ mm/s}$
 on pourrait calculer la vitesse moyenne sur un plus grand nombre d'échantillons ⇒ LSB amélioré.

Q.26/ Proposer un profil pour a, v, z ...



Problème d'optimisation avec contraintes $|A_{max}| = 0,2 \text{ cm/s}^2$ ($V_{max} = 5 \text{ cm/s}$)

Si on admet une discontinuité pour $v(0)$:

descente à vitesse constante jusqu'à 4 mm au dessus des taquets $\rightarrow v_3$

à $t = t_1$ ($v = 0$) on applique $a(v_3)$ est tel que

$$v_3(t' = t_2) = 0$$

$$z(t' = t_2) = 0$$

pas de discontinuité de vitesse $v(t=0) = v_3$

contrainte sur l'accélération = "la plus contraignante"

$$\rightarrow \begin{cases} a(v_3) = 0,2 \text{ cm/s}^2 \\ v_3 = -0,4 \text{ cm/s} \\ t_2 = 2 \Delta \text{ (phase 7b)} \\ t(\tau) = t_1 + t_2 = 6 \Delta \end{cases}$$

Q.27/ ... LSB(N Position) directement issu des compteurs ... principal défaut des profils ...

LSB(N-Position) = 0,5 mm et LSB(vitesse) = 25 mm/s

Or on souhaite : erreur sur la position d'arrêt $< 0,5 \text{ mm}$

LSB(vitesse) pas trop grand lorsque $t_2 \rightarrow 0$

\Rightarrow contraintes du calcul des charges pas vérifiables si infos d'increment / sauts des compteurs

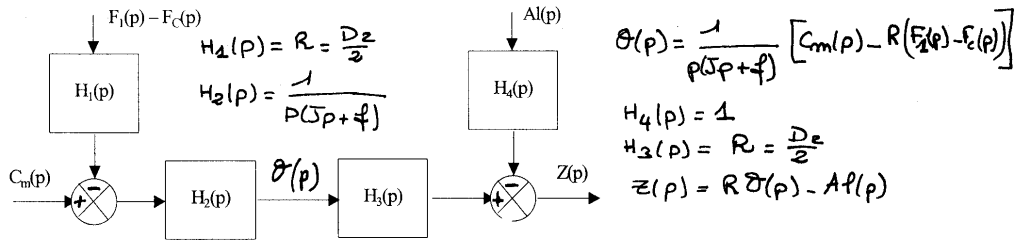
(Rq: Faire un moyennage ? Mais alors on introduit un retard ...)

3. PARTIE C

Q.28/ ... équation différentielle reliant θ , C_m , F_1 et F_C , en respectant les conventions de signe imposées ...

$$J \frac{d^2\theta}{dt^2} = -J \frac{d\omega}{dt} + C_m - F_1 R + F_C R \quad (\text{sous système 1})$$

Q.29/ EXPLICITER le schéma-bloc (cf. document réponse DR3) reliant C_m , F_1 , F_C , A_1 et Z .



Q.30/ expression de l'allongement A_1 du câble en fonction de F_1 et de la longueur du câble à vide l_0 .

$$\sigma = \frac{T}{S} = E \frac{\Delta l}{l_0} \rightarrow A_1 = \frac{F_1 l_0}{ES} \quad \text{avec} \quad E = 1,5 \cdot 10^5 \text{ N/mm}^2$$

$$S = \pi \frac{d_c^2}{4} \# 1260 \text{ mm}^2$$

Q.31/ ... la poulie effectue 5 tours. Déterminer la valeur de la position finale z_f .

sous système 2

$$\text{au statique: } \frac{\pi p}{4} \ddot{z} = 0 = F_2 - \frac{\pi p}{4} g$$

$$\Rightarrow \|F_2\| = \|F_2\| = \frac{\pi p}{4} g$$

à vide, allongement $A_1 = \frac{l_0}{E} \frac{\pi p \min g}{4}$

lorsqu'on charge $\Delta A_1 = \frac{l_0}{ES} \frac{\Delta \pi p}{4} g \# 4 \text{ cm}$

$$z_f = 2\pi R \cdot 5 - \Delta A_1 = 7,81 \text{ mm}$$

Q.32/ Justifier l'emploi des « codeurs position » ... justification quantitative

- * si z estimé par RO: ne tient pas compte de l'allongement, de la variation de rayon d'enroulement du câble.
- * variation d'allongement entre à vide et au charge $\Delta A_1 \# 4 \text{ cm} \Rightarrow$ cahier des charges non rempli pour les contraintes d'horizontalité et de \neq niveau ($< 5 \text{ mm}$)
- * 1 seule superposition de câble: 8 cm d'erreur sur le ϕ d'enroulement \Rightarrow erreur $\Delta z \# 25 \text{ cm}$! donc cahier des charge pas rempli!

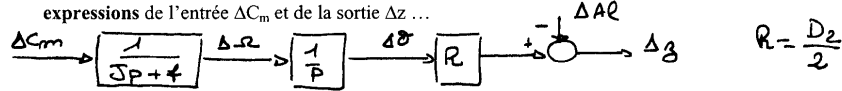
Q.33/ ... valeur maximale admissible pour l'accélération linéaire ... $F_2(\text{statique}) = \frac{M_P}{4} g$

$$\frac{M_P}{4} \ddot{z} = -\frac{M_P}{4} g + F_2$$

$$\Delta F_2 = F_2(\text{dynamique}) - F_2(\text{statique}) = \frac{M_P}{4} \ddot{z}$$

$$\Delta F_2 = \frac{M_P}{4} \cdot a \quad \text{ou} \quad \Delta AL = \frac{r_0}{ES} \Delta F_2 < 0,1 \text{ mm} \quad a < 0,68 \text{ cm/s}^2 \quad \text{cohérent avec Q26}$$

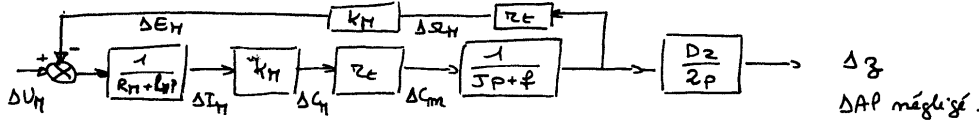
Q.34/ ... modèle dynamique sous forme de schéma-bloc reliant le couple moteur C_m et la position z ... expressions de l'entrée ΔC_m et de la sortie Δz ...



$$\Delta C_m = C_m - \frac{M_P}{4} g \cdot R \quad (\text{si l'accélération vérifie Q33, on pourra négliger les variations d'allongement})$$

$$\Delta z = \ddot{z} - \Delta AL^4$$

Q.35/ Compléter le schéma-bloc donné à la question Q.34/ ... conditions de validité du modèle proposé ... expression des entrée et sortie de chaque bloc ... expressions littérales des fonctions de transfert ...



Q.36/ ... valeur numérique de la constante de couple k_M ... et du couple ramené sur l'axe de la poulie C_m .

$$k_H = \frac{C_H}{I_H} = 26,5 \text{ (USI)}$$

$$C_m = r_e C_H \approx 170 \text{ kNm}$$

Q.37/ Estimer la valeur du coefficient de frottement f sans tenir compte de l'effet du contrepoids.

$$J \ddot{\theta} = -f \dot{\theta} + C_m - F_1 R + F_2 R \quad (\text{on va sous-estimer } f)$$

vitesse constante $\Rightarrow \ddot{\theta} = 0$

$$F_1 = \frac{M_P m v^2}{4} g \Rightarrow f = \frac{C_m - F_2 R}{\frac{v_{pmax}}{R}} = \frac{R}{v_{pmax}} (C_m - F_2 R) \approx 24,1 \cdot 10^3 \text{ (USI)} \quad (\text{Nm/s})$$

$$C_m = r_e k_H I_H$$

Q.38/ ... expression de $G_2(p) = \Delta Z(p) / \Delta U_M(p)$... diagramme de Bode asymptotique de $G_2(p)$.

Montrer que $G_2(p)$ peut se mettre sous la forme... valeurs numériques de G_0 , ξ , et ω_n ... comportement du système aux basses fréquences

$$G_2(p) = \frac{D_2}{2} \cdot \frac{r_e k_H}{R_H f} \cdot \frac{1}{p \left[\left(1 + \frac{I}{f} p\right) \left(1 + \frac{L_H}{R_H} p\right) + \frac{(r_e k_H)^2}{R_H f} \right]}$$

$$G_2(p) = \frac{D_2}{2} \frac{r_e k_H}{R_H f} \frac{1}{\alpha} \cdot \frac{1}{\left(1 + 2\xi \frac{p}{\omega_n} + \frac{p^2}{\omega_n^2}\right) p}$$

$$G_2(p) = G_0 \times \frac{1}{p \left(1 + 2\xi \frac{p}{\omega_n} + \frac{p^2}{\omega_n^2}\right)}$$

d'où le diagramme asymptotique ...

$$\tau_{cm} = \frac{J}{f} = 16,5 \text{ s}$$

$$\tau_e = \frac{L_H}{R_H} = 15,6 \text{ ms}$$

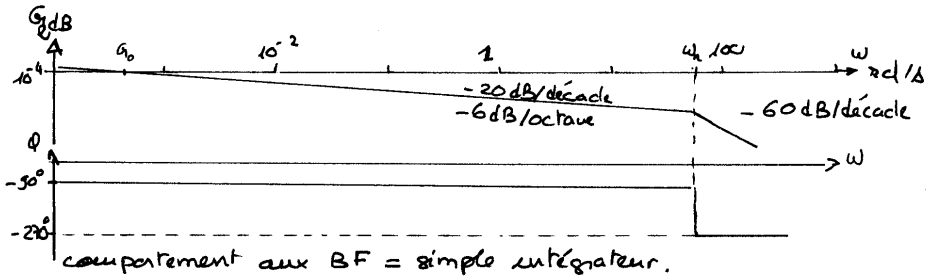
$$\alpha = 1 + \frac{(r_e k_H)^2}{R_H f} \approx 18 \cdot 10^3$$

$$\omega_n = \sqrt{\frac{\alpha}{6e5m}} \approx 84 \text{ rad/s}$$

$$\xi = \frac{1}{2} \omega_n \frac{\tau_e + \tau_{cm}}{\alpha} \approx 0,38$$

$$G_0 \approx 3 \cdot 10^{-4}$$

$$\frac{D_2}{2} \frac{r_e k_H}{R_H f} = 0,53$$



Q.39/ Compte tenu de l'application, expliquer pourquoi une commande en tension n'a pas été retenue.

On a besoin d'un asservissement de position
 Or la commande en courant $\Rightarrow C_m \Rightarrow \Theta \Rightarrow z_g$ (cf Q.28 et 29)
 Alors que commande en tension $\Rightarrow \Omega \Rightarrow$ vitesse

4. PARTIE D

Q.40/ ... correcteur proportionnel C(p) ... expression de ϵ_{01} et ϵ_{02} . Conclure

$$E(p) = N_{\text{cong}}(p) \cdot \frac{1}{1 + \frac{K_c G_{40} A K}{P(1+\tau p)}} \quad \text{avec } A = k_I k_H \tau_t$$

$\epsilon_{01} = 0$ car un intégrateur dans la boucle ouverte

$$\epsilon_{02} (\%) = 100 \times \frac{1}{K K_c G_{40} A} = 100 \times \frac{1}{K K_c G_{40} k_I k_H \tau_t}$$

si on souhaite $\epsilon_{02} = 0 \Rightarrow$ "1" ajouter un "1/p" mais Δ stabilité

Q.41/ ... besoins de C(p) vis-à-vis de T et AI permettant d'obtenir un rejet de la perturbation considérée.

Pour $T = \sqrt{z}$: avec $AP = 0$ et $N_{\text{cong}} = 0$
 un correcteur P suffit pour rejeter la perturbation

Pour $AP = \checkmark$: avec $T = 0$ et $N_{\text{cong}} = 0$
 Implanter au minimum un intégrateur dans le correcteur pour rejeter la perturbation (mais Δ stabilité du système en Boucle Fermée)

Q.42/ Montrer que le réglage du correcteur C(p) par compensation de la constante de temps τ ...

$$C(p) = K_c \cdot \frac{1 + \tau_i p}{p} \quad \text{avec } \tau_i = \tau \quad \text{et } A = k_I k_H \tau_t$$

$$\Rightarrow \frac{Z(p)}{N_{\text{cong}}(p)} = \frac{1}{K_c} \cdot \frac{1}{1 + p^2 \frac{\tau}{K G_{40} K_c A}} \quad \text{: système oscillant.}$$

Q.43/ Donner l'expression de la fonction de transfert du système en boucle fermée $W_1(p)$.

$$W_1(p) = \frac{1}{K_c} \frac{b_1 p + b_0}{p^3 + a_2 p^2 + a_1 p + a_0}$$

$$\text{on pose } A = k_I k_H \tau_t$$

$$\begin{cases} b_1 = \frac{K_c K G_{40} \tau_i A}{\tau} \\ b_0 = \frac{K_c K G_{40} A}{\tau} \\ a_2 = \frac{1}{\tau} \\ a_1 = b_1 \quad a_0 = b_0 \end{cases}$$

Q.44/ ... polynômes de Graham et Lathrop ... formes littérales de ω_n , τ_i et K ... application numérique

$$W_1(p) = \frac{1}{K_c} \frac{3,25 \omega_n^2 p + \omega_n^3}{p^3 + 1,75 \omega_n p^2 + 3,25 \omega_n^2 p + \omega_n^3}$$

$$\omega_n = 0,057 \text{ rad/s} \quad \tau_i = 56,9 \text{ s} \quad K = 5,1$$

$$\begin{cases} \omega_n = \frac{1}{1,75 \tau} \\ \tau_i = 3,25 \cdot \frac{1}{\omega_n} \\ K = \left(\frac{1}{1,75}\right)^3 \cdot \frac{1}{\tau^2 K_c G_{40} A} \end{cases}$$

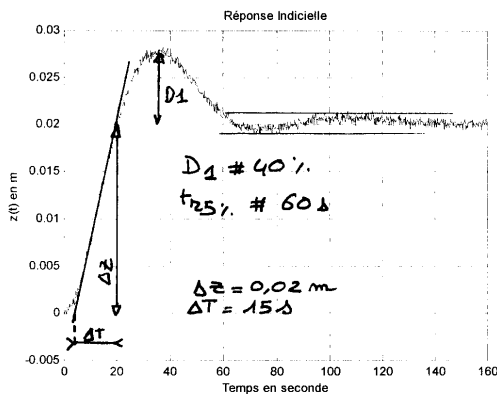
Q.45/ ... déterminer ΔN_{CONZ} pour obtenir une position finale du podium $z_m = 2 \text{ cm}$... cahier des charges ?

$\Delta N_{\text{CONZMax}}$ permettant d'être en limite de contrainte de vitesse.

$$\Delta N_{\text{CONZ}} = K_c \Delta B = 9 \text{ mV}$$

Contrainte en vitesse \Rightarrow tracer la tangente de plus grande pente

$$\Rightarrow V_{\text{max}} = \frac{\Delta z}{\Delta t} \# 0,13 \text{ cm/s} \ll \text{contrainte du cahier des charges}$$



$(\Delta N_{cong})_{max}$ tel que en limite de contrainte de vitesse ?

$$\rightarrow V_{Pmax} = 0,15 = \frac{(\Delta N_{cong})_{max}}{K_c} \cdot \frac{1}{\Delta T}$$

$$= \frac{(\Delta N_{cong})_{max}}{K_c} \cdot \frac{1}{15}$$

$$\Delta N_{congmax} = V_{Pmax} \cdot K_c \cdot \Delta T$$

$$= 1,0125V$$

(simple règle de 3 !)

Q.46/ ... en première approximation, à quel type de fonction de transfert « simple » ... expression et valeur numérique des coefficients ...

Compte tenu de la réponse indicielle, ressemble à un 2nd ordre
 $D_1\% \approx 38$ à 40% $\Rightarrow \zeta \approx 0,27$ et $t_{r25\%} = \frac{w_n}{2\pi} = 1,8 = 60s$
 $\Rightarrow w_n = 0,19 \text{ rad/s}$ d'où $W_2(p) = \frac{1}{0,45} \cdot \frac{1}{1 + 2\zeta \frac{p}{w_n} + \frac{p^2}{w_n^2}}$
 $= 2,2 \cdot \frac{1}{1 + 2,84p + 27,7p^2}$

Q.47/ ... placement de pôles. Peut-on placer arbitrairement les trois pôles ... réponse justifiée !

... valeurs numériques de K et τ_i permettant de réaliser ce correcteur PI. Préciser les valeurs de α et β .

3 pôles et 2 degrés de liberté pour le PI \Rightarrow les 3 pôles ne peuvent pas être placés arbitrairement, un des pôles dépend des 2 autres.

En développant le dénominateur, on trouve :

$$D(p) = p^3 - (p_1 + p_2 + p_3) p^2 + p(p_1 p_2 + p_2 p_3 + p_3 p_1) - p_1 p_2 p_3$$

$$= p^3 + \frac{1}{6} p^2 + p \frac{G_i}{\tau} w_0^2 + \frac{w_0^3}{6}$$

avec $w_0^2 = K A G_{40} K_c = K K_c G_{40} K_H \tau_i$

En identifiant et après calculs... $K = \frac{w_0^2}{A G_{40} K_c} = 1,35$ $G_i = -\frac{1}{p_1} - \frac{1}{p_2} - \frac{1}{p_3} \approx 258s$

Q.48/ ... expression de $W_3(p)$, valeur numérique des différents coefficients ...

$$W_1(p) = \frac{\alpha (p + \frac{\beta}{\alpha})}{(p-p_1)(p-p_2)(p-p_3)} \quad \alpha = \frac{\beta}{\alpha} = 3,9 \cdot 10^{-3} \neq -p_3$$

donc $W_1(p) \neq W_3(p) = \frac{1}{\alpha} \cdot \frac{1}{(p-p_1)(p-p_2)} = \frac{1}{\alpha p_1 p_2} \cdot \frac{1}{1 + \frac{p_1 p_2}{p_1 p_2} p + \frac{p^2}{p_1 p_2}}$

$$W_3(p) = 2,27 \cdot \frac{1}{1 + 7,8p + 81,2p^2} \Rightarrow w_n = 0,11 \text{ rad/s}$$

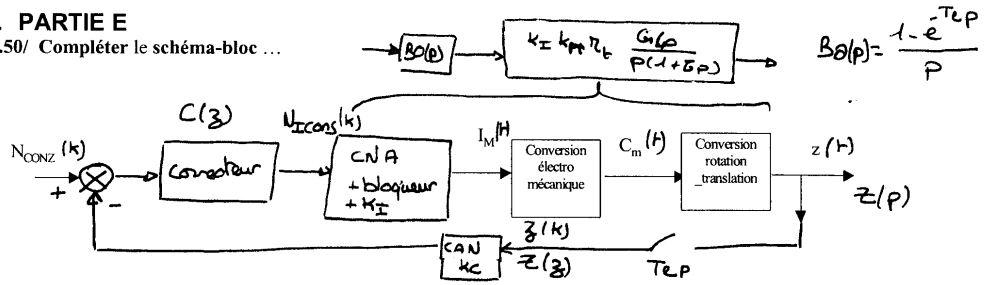
$$\zeta = 0,43$$

Q.49/ Comparer les caractéristiques des réponses indicielles de $W_3(p)$ et $W_2(p)$... conclure

gain statique :	déplacement	$t_{RS}\%$
$W_2 \rightarrow 2,2$	$W_2 \rightarrow 40\%$	$W_2 \rightarrow 60s$
$W_3 \rightarrow 2,27$	$W_3 \rightarrow 20\%$	$W_3 \rightarrow 40s$
même ordre de grandeur	compte tenu de l'application on a intérêt à avoir le déplacement le plus faible possible (cf a harrissage)	meilleur temps de réponse pour W_3 (et moins de déplacement)

5. PARTIE E

Q.50/ Compléter le schéma-bloc ...



Q.51/ Analyser l'effet d'un sur-échantillonnage ... identification en boucle ouverte ? Justifier ...

* $p_1 = -\frac{1}{T_e} \rightarrow z_1 = e^{-TeP/Te} = e^{-1}$ si suréchantillonnage $Te/Te \rightarrow 0 \rightarrow z_1 \rightarrow 1$

Conclusion: tous les pôles $z_i \rightarrow 1$: on ne voit que des intégrateurs grande sensibilité des coefficients de la transmittance c'est que les erreurs d'arrondi prennent une importance lorsque $Te \rightarrow 0$

* Poad'identification en Boucle Ouverte: on a un intégrateur => identification en Boucle Fermée (par exemple on utilise les interconnexions...)

Q.52/ Donner l'expression littérale de H(z) ... valeur numérique des différents coefficients de H(z).
expression littérale et valeur numérique des pôles de H(z), valeur numérique des zéros z_{0j} de H(z).

$$H(z) = T_e Z \left(\frac{1 - e^{-TeP}}{P} \cdot \frac{A G_{40}}{P(1 + \delta P)} \right) \quad \text{avec } A = k_I k_H r_t$$

$$= k_0 \frac{b_1 z + b_0}{z^2 + a_1 z + a_0}$$

pôles: $z_1 = 1 = e^{-TeP/Te}$
 $z_2 = 0,998 = e^{-TeP/Te}$
 zéro: $z_{01} = -\frac{b_0}{b_1} \approx -0,999$
 Bq: $TeP \ll \delta$
 on a suréchantillonnage

$$\begin{cases} b_1 = T_e \delta - G(1 - e^{-TeP/Te}) = 1,999 \cdot 10^{-5} \\ b_0 = G - e^{-TeP/Te} (1 + TeP) = 1,997 \cdot 10^{-5} \\ a_1 = -(1 + \exp(-TeP/Te)) = -1,998 \\ a_0 = e^{-TeP/Te} = 0,998 \\ k_0 = k_I k_H r_t G_{40} = 8,125 \cdot 10^{-4} \end{cases}$$

Q.53/ ... « stabilité » et « stabilité asymptotique » ... caractériser le système ...
... « système propre » et « système strictement propre » ... caractériser ici aussi le système.

- * La stabilité implique que si l'état initial est proche de l'origine il en sera de même pour la trajectoire d'évolution future. (cf définition de la stabilité au sens de Lyapunov)
- * Le système est asymptotiquement stable ssi la réponse impulsionnelle $\rightarrow 0$ en pratique le système (un peu) perturbé reviendra à son point d'équilibre
stabilité asymptotique $\Leftrightarrow \text{Re}(\text{pôles}) < 0 \quad | \text{pôle} | < 1$
- * ici: procédé stable, non asymptotiquement stable
- * $H(z) = \frac{N(z)}{D(z)}$ système propre $\Leftrightarrow \text{deg}(D(z)) \geq \text{deg}(N(z))$
système strictement propre $\text{deg}(D(z)) > \text{deg}(N(z))$
- * Ici système strictement propre

Q.54/ ... échelon sur la consigne de courant N_{cons} . Montrer que le choix de $B_0(p)$... coïncidence ...

Procédé continu $A = k_I k_H r_t$ Procédé échantillonné

$$\frac{\Delta N_I}{P} \rightarrow \frac{k_I k_H r_t G_{40}}{P(1 + \delta P)} \rightarrow Z(p)$$

$$\Delta N_I \rightarrow \frac{A G_{40} (b_1 z + b_0)}{z^2 + a_1 z + a_0} \rightarrow Z(z)$$

$$\mathcal{L} z(t) = A G_{40} \Delta N_I \left(t - \frac{1 - e^{-t/\tau}}{\tau} \right)$$

$$\mathcal{L} z(k) = A G_{40} \Delta N_I \cdot \left(k T_e - \frac{1 - e^{-T_e/\tau}}{\tau} \right)$$

donc coïncidence de $z(t)$ avec $z(k)$ pour les instants d'échantillonnage $t = k T_e = k \tau$

Q.55/ Donner en fonction des (a_i, b_i) , K_0 , K_p , l'expression littérale ... conditions sur K_p ... stabilité ...

$$W_4(z) = \frac{K_p H(z)}{1 + K_c K_p H(z)} = K_0 \frac{B_1 z + B_0}{z^2 + a_1 z + a_0}$$

avec $B_1 = K_p b_1$ $B_0 = K_p b_0$

$$\begin{cases} a_1 = a_1 + K_p K_c K_0 b_1 \\ a_0 = a_0 + K_p K_c K_0 b_0 \end{cases}$$

Application du critère de Jury (notations de l'annexe $A(z) = a_0 z^n + \dots + a_{n-1} z + a_n$)

ici: $n=2$

$$\begin{cases} a_0 = 1 > 0 \\ a_1 = a_1 \\ a_2 = a_0 \end{cases}$$

1^{ère} condition: $a_0 < 1 \Leftrightarrow K_p < 2,74 \cdot 10^5$
 2^{ème} condition: $A(1) > 0 \Rightarrow 1 + a_1 + a_2 > 0$
 $1 + a_1 + a_0 + K_p K_c K_0 (b_1 + b_0) > 0$
 $\Leftrightarrow K_p > 0$ (cf Q.52)
 3^{ème} condition: $A(-1) > 0 \Rightarrow 1 - a_1 + a_2 > 0$
 $\Leftrightarrow K_p < 2,73 \cdot 10^5$

stabilité $\Leftrightarrow 0 < K_p < 2,74 \cdot 10^5$

Q.56/ ... expressions littérales des erreurs statiques (en %) ... ϵ_{01} et ϵ_{02} .
 ... erreur statique du second ordre d'au plus 5% ... nouvelles conditions sur K_p

* Compte tenu de la structure du procédé, $\epsilon_{01} \% = 0$ (un intégrateur dans la boucle ouverte)

* Après calculs ... $\epsilon_{02} \% = \frac{1}{K_p K_c K_0}$

* on veut $\epsilon_{02} \% \leq 5\% = 0,05 \Leftrightarrow K_p \geq \frac{1}{0,05 \cdot K_c K_0}$

* conclusion $5,47 \cdot 10^4 \leq K_p < 2,74 \cdot 10^5$

Q.57/ ... Donner en fonction des polynômes A_1, B_1, R, S, T l'expression de $H_p(z)$ et $H_r(z)$.

$$NH_{reg}(z) = \frac{B_1 T}{A_1 S + B_1 R} N_{reg}(z) + \frac{S}{A_1 S + B_1 R} P_2(z)$$

$$\underbrace{\hspace{10em}}_{H_p(z)} \qquad \underbrace{\hspace{10em}}_{H_r(z)}$$

Q.58/ ... conditions de réalisabilité du correcteur RST ... $\deg(A_m)$... condition sur les degrés ...

* conditions de réalisabilité: $\deg(S) \geq \deg(R)$; $\deg(S) \geq \deg(T)$

* $A_m(z) = A_1 S + B_1 R$ ici on a $\deg(A_1) > \deg(B_1)$

$\Rightarrow \deg(A_m) = \deg(A_1) + \deg(S)$

* Pour pouvoir résoudre le problème, il faut: même de degrés de liberté \Rightarrow Nbre de paramètres de A_m
 $\deg(R) + \deg(S) + 1 \geq \deg(A_m) + 1$

$\Rightarrow \deg(R) \geq \deg(A_1)$ et $\deg(S) \geq \deg(R)$

Q.59/ ... degré des polynômes R, S et A_m ... donner la forme des polynômes R, S et A_m .

* $\deg(R) = \deg(A_1) = 2$

* $\frac{R}{S}$ strictement propre et écart minimum

$\Rightarrow \deg(S) = 3$

* $\deg(A_m) = 5$

$$\begin{cases} R(z) = r_0 + r_1 z + r_2 z^2 \\ S(z) = (z-1)(s_0 + s_1 z + s_2 z^2) \\ A_m(z) = a_{m5} z^5 + a_{m4} z^4 + a_{m3} z^3 + a_{m2} z^2 \\ \qquad \qquad \qquad + a_{m1} z + a_{m0} \end{cases}$$

on pose $B(z) = b'_1 z + b'_0$ avec $b'_1 = k_0 k_c \theta_1$ $b'_0 = k_0 k_c b_0$

En développant on trouve $G(z) = a_2 z^3 + z^2(\Delta_1 - \Delta_2) + z(\Delta_3 - \Delta_1) - \Delta_0$

$$A_m(z) = \Delta_2 z^5 + \dots$$

Q.60/ ... donner le système d'équations linéaires S ... Expliciter la matrice M en fonction des (a_{ij}, b_{ij}) .

on a : $a_0 = a_{10}$ $a_1 = a_{11}$ $1 = a_{12}$ $M \begin{bmatrix} \Delta_0 \\ \vdots \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{m0} \\ \vdots \\ a_{m5} \end{bmatrix}$
 $b_{11} = b'_1$ $b_{10} = b'_0$

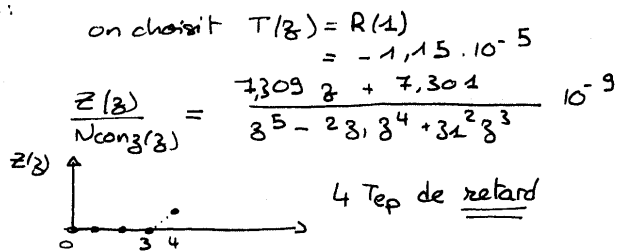
avec $M = \left[\begin{array}{ccc|ccc} -a_{10} & 0 & 0 & a & 0 & 0 \\ a_{10} - a_{11} & -a_{10} & 0 & 0 & 0 & b_{10} \\ a_{11} - 1 & a_{10} - a_{11} & -a_{10} & 0 & b_{10} & b_{11} \\ \hline 1 & a_{11} - 1 & a_{10} - a_{11} & b_{10} & b_{11} & 0 \\ 0 & 1 & a_{11} - 1 & b_{11} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{array} \right]$

Q.61/ Résoudre numériquement ... En déduire la valeur numérique des coefficients des polynômes R et S.
 Donner l'allure de la réponse indicielle.

$$A_m(z) = z^5 - 2z_1 z^4 + z_1^2 z^3 \text{ avec } z_1 = e^{-T_{ep}/G}$$

Après résolution numérique :

$$\begin{aligned} \Delta_0 &= -1,48 \cdot 10^{-16} \\ \Delta_1 &= 0,5 \\ \Delta_2 &= 1 \\ \pi_0 &= 6,6 \cdot 10^7 \\ \pi_1 &= -13,7 \cdot 10^8 \\ \pi_2 &= 6,8 \cdot 10^7 \end{aligned}$$



Q.62/ Quelle incidence cela a-t-il sur le modèle du procédé utilisé pour la détermination de correcteurs ?
 Quel type de commande faut-il envisager afin de tenir compte des couplages ?

Problème : * chaque coin a un modèle différent, a priori mal connu : correcteurs mal réglés.

* De plus, il existe des couplages entre les différents coins, couplages dont on n'a pas tenu compte ici.

Conclusion : \Rightarrow il est nécessaire de mettre en œuvre une commande multivariables

... et d'implanter des observateurs afin d'estimer correctement la vitesse et la position des coins d'un podium.